

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2019

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 7u_n - 18n + 9 \end{cases} \quad \text{و} \quad v_n = u_n - 3n + 1$$

1) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9.

ب) ما هو باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد $1954^{1962} + 1962^{1954} + 1442^{2019}$ ؟

جـ) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة مبرّرا اختيارك.

يحتوي كيس على ثلاث كريّات بيضاء تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 وكريّتين سوداوين تحملان الرقمين 1 , 2 .

(الكريّات لا نفرّق بينها عند اللمس) نسحب من الكيس 3 كريّات عشوائيا وفي آن واحد .

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريّات السوداء المسحوبة.

1) قيم المتغير العشوائي X هي: أ) $\{1;2;3\}$ ، ب) $\{0;2;3\}$ ، جـ) $\{0;1;2\}$

2) الأمل الرياضياتي $E(X)$ لـ X هو: أ) $E(X)=\frac{4}{5}$ ، ب) $E(X)=\frac{6}{5}$ ، جـ) $E(X)=\frac{11}{10}$.

3) احتمال "الحصول على كريّة واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريّات المسحوبة"

يساوي : أ) $\frac{7}{10}$ ، ب) $\frac{9}{10}$ ، جـ) $\frac{3}{5}$



4) احتمال" باقي قسمة مجموع مربّعات الأرقام التي تحملها الكريّات المسحوبة على 13 هو 1 "

يساوي: أ) $\frac{2}{5}$ ، ب) $\frac{3}{10}$ ، جـ) $\frac{1}{5}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و C النّقط التي لاحقاتها على

التّرتيب: $z_A = 1+i$ ، $z_B = 2+i$ و $z_C = \frac{3}{2}+i\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(Γ) الدّائرة التي مركزها A وطول نصف قطرها 1 .

1) أ) تحقّق أنّ النّقطة C من الدّائرة (Γ).

ب) عيّن قيسا بالراديان للزّاوية $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ ثم استنتج أنّ C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته.

2) S التّشابه المباشر الذي يحوّل النّقطة M ذات اللاحقة z إلى النّقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = \left(1+i\sqrt{3}\right)z+\sqrt{3}-i\sqrt{3}$$

أ) حدّد العناصر المميزة للتّشابه S .

ب) عيّن z_D لاحقة D صورة B بالتشابه S.

3) ماهي نسبة التّحاكي h الذي مركزه A حيث $S = hor$ ؟ استنتج أنّ النقط A ، C و D في استقامية.

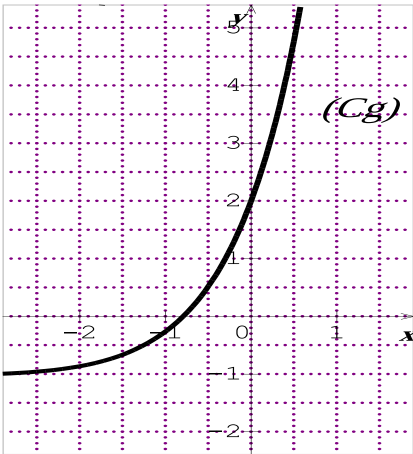
4) (E) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث : $z = z_A + ke^{i\frac{\pi}{3}}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^*$

– تحقّق أنّ النقطة C من المجموعة (E). ثم حدّد طبيعة (E) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (x+3)e^x - 1$

و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل .



بقراءة بيانية

أ) حدّد إشارة $g(-1)$ و $g\left(\frac{-1}{2}\right)$.

ب) استنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]-1;\frac{-1}{2}\right[$

بحيث $g(\alpha)=0$ ثم تحقّق أنّ: $-0,8 < \alpha < -0,7$.

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x+2)\left(e^x - 1\right)$



و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالـة f .

3) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ ثم استنتج انّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

جـ) اكتب معادلة لــ (T) مماس (C_f) الموازي للمستقيم (Δ).

4) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) على المجال $]-\infty;1]$ (يعطى $f(\alpha)\approx-0.7$)

5) احسب $f(x)-g(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6) h الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=|x|\left(e^{|x|-2}-1\right)+1$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) بيّن أنّ الدّالة h زوجية .

ب) تأكد أنّه من أجل كل x من المجال $[0;+\infty[$ فإنّ : $h(x)=f(x-2)+1$.

جـ) اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسم (C_h) على المجال $[-3;3]$.

انتهى الموضوع الأول



الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة ذات المجهول (x,y) : $5x-3y=1.....(E)$ ، حيث x و y عددان صحيحان.

أ) تحقّق أنّ الثنائية $(6n+2\,;10n+3)$ حل للمعادلة (E) حيث n عدد طبيعي.

ب) استنتج أنّ العددين $10n+3$ و $6n+2$ أوليان فيما بينهما.

2) نضع $a=10n+3$ و $b=3n+5$ وليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.

أ) بيّن أنّ $d=1$ أو $d=41$.

ب) بيّن أنّه إذا كان $d=41$ فإنّ $n\equiv 12[41]$.

3) ليكن العددان الطبيعيان $A=20n^2+36n+9$ و $B=6n^2+19n+15$.

أ) بيّن أنّ العددين A و B يقبلان القسمة على $2n+3$.

ب) جد بدلالة n و حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 ، 4 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3 وكريتين سوداوين تحملان الرقمين 1 ، 2 (كل الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من هذا الكيس .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

أ) الحادثة A : " الحصول على كرية بيضاء واحدة ".

ب) الحادثة B : " الحصول على كريتين بيضاوين على الأكثر ".

جـ) الحادثة C : " الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية ".

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل أرقاما أولية.

أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرّف قانون احتماله.

ب) احسب $P\left(X^2-X\leq 0\right)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) أ) تحقّق أنّ: $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}$.

ب) عيّن على الشكل الجبري الجذرين التّربيعيين L_1 و L_2 للعدد المركّب Z حيث : $Z=-16\sqrt{3}-16i$



II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها $z_A=4e^{i\frac{\pi}{3}}+4e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ، $z_B=\frac{1}{2}iz_A$ و $z_C=-\frac{1}{4}z_A$.

1) اكتب z_A على الشكل الجبري ، ثمّ بيّن أن $z_A=4\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$.

2) استنتج القيمتين المضبوطتين للعددين الحقيقيين $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) S التشابه المباشر الذي يحوّل A إلى B و يحوّل B إلى C .

لتكن M' النقطة ذات اللاحقة z' صورة النقطة M ذات اللاّحقة z بالتّشابه S.

أ) بيّن أنّ: $z'=\frac{1}{2}iz$.

ب) حدّد العناصر المميزة للتّشابه S.

4) G النّقطة ذات اللاّحقة z_G مرجح الجملة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$.

أ) بيّن أنّ : $z_G=2e^{i\frac{\pi}{3}}$.

ب) (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث:

$$\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{2}$$

– حدّد طبيعة (E) وعناصرها المميّزة، ثم احسب محيط (E') صورة (E) بالتشابه S.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة والمتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$

احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{e\ln x}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) **أ)** احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f(x)$ ، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

جـ) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لــ(T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

3) **أ)** بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقّق أنّ: $0{,}7<\alpha<0{,}8$.



4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0\,;+\infty[$

أ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln(x+1)\right)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

جـ) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f).

5) m وسيط حقيقي ، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\dfrac{1+e}{2}x-m$ حلين متمايزين .

6) نقبل أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x < x+1$.

أ) بيّن أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2 < f(x) < e+\ln(x+1)$.

ب) تحقّق أنّه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$.

جـ) S مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=e-1$ و $x=e^2-1$.

– باستخدام جواب السؤال **6 – أ)** ، بيّن أنّ : $(e^2-e)\ln 2 < S < e^3$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) اثبات أن (v_n) متتالية هندسية و حساب v_0	0.5+2× 0.25	04
2) كتابة v_n بدلالة n و استنتاج u_n بدلالة n	0.5+2× 0.25	
3) حساب المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$	0.25	
4) أ) دراسة بواقي القسمة الإقليدية لـ 7^n على 9 .	01	
ب) باقي القسمة الإقليدية على 9 لـ $1954^{1962} + 1962^{1954} + 1442^{2019}$	0.5	
جـ) اثبات انه من اجل كل عدد طبيعي n : $6S_n - 7u_n \equiv 0[9]$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) قيم المتغير العشوائي تنتمي إلى $\{0 ; 1; 2\}$	3 × 0.5	04
2) مجموعة الامكانيات الأمل الرياضياتي $E(x)$ لـ X هو : $E(x) = \frac{6}{5}$	0.5 4 × 0.25	
3) الاحتمال يساوي $\left(\frac{C_1^1 . C_4^2}{C_5^3} = \frac{3}{5}\right)$	0.5	
4) (عدد الحالات الملائمة للحادث هو 4) ومنه **الاحتمال يساوي** $\frac{2}{5}$	0.5	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) التحقق أن النقطة C من الدائرة (Γ)	0.5	04
ب) تعيين قيس بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ استنتاج أن C صورة B بالدوران r الذي مركزه A يطلب تعيين زاويته .	0.75 0.75	
2) أ) تعيين العناصر المميزة للتشابه S	0.5+2× 0.25	
ب) تعيين. z_D ، $z_D = 2 + (1+\sqrt{3})i$	0.5	
3) التحاك h مركزه A حيث $S = hor$ نسبته 2 استنتاج أن النقط A ، C و D في إستقامية.	0.25	
4) التحقق أن النقطة C من المجموعة (E) استنتاج طبيعة المجموعة (E)	0.25	
التمرين الرابع: (08 نقاط)		
I) أ) اشارة $g(-1)$ ، $g(-0.5)$	2× 0.25	1.75
ب) استنتاج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $]-1 ; -0,5[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ و التحقق من الحصر	0.75	
جـ) استنتاج اشارة $g(x)$.	0.5	

مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
العلامة		
04.75	2×0.5	(II **1)** حساب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
	2×1	**2)** إثبات أن من اجل كل عدد حقيقي : $f'(x)=g(x)$ جدول تغيرات الدالـــة f
	2×0.25	**3)** أ) حساب $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ استنتاج ان المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)
	0.25	**ب)** دراسة الوضعية النسبية للمنحنى $\left(C_f\right)$بالنسبة للمستقيم (Δ) .
	0.5	**جـ)** كتابة معادلة لـ (T) مماس $\left(C_f\right)$ الموازي للمستقيم (Δ) .
	0.5	**4)** انشاء المستقيم (Δ)والمماس (T) و المنحني $\left(C_f\right)$
0.75	0.75	**5)** حساب $f(x)-g(x)$ ثم استنتاج دالة أصلية للدالة f .
0.75	0.25	**6)** أ) إثبات أن الدالة h زوجيـة .
	0.25	**ب)** إثبات انه من اجل كل x من $]-\infty;0]$ فإن : $h(x)=f(x-2)+1$
	0.25	**جـ)** كيفية رسم $\left(C_h\right)$ انطلاقا من $\left(C_f\right)$ أنشـــاء $\left(C_h\right)$ في المجال $[-3;3]$

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</th></tr>
<tr><th>مجموع</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الأول:(04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>04</td><td>1
1
0.75
0.75
0.25
0.25</td><td>1) أ) التحقق أن $(6n+2,10n+3)$ حل للمعادلة (E)..............................
ب) استنتج أن $6n+2$ و $10n+3$ أوليان فيما بينهما.........
2) أ) تبيان أن $d=1$ أو $d=41$..
ب) إثبات أن إذا كان $d=41$ فإن $n\equiv 12[41]$.....................................
3) أ) A و B يقبلان القسمة على $2n+3$ ....
ب) $p\gcd(A,B)$ حسب قيم n ....</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثاني:(04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>04</td><td>1
0.75
0.5
0.5
0.5
0.5
0.25</td><td>1) مجموع الامكانيات ....
أ) احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط هو $\frac{C_4^1\times C_5^2}{C_9^3}=\frac{10}{21}$................
ب) احتمال الحصول على كرتين بيضاوين على الأكثر هو $1-\frac{C_4^3}{C_9^3}=\frac{20}{21}$............
جـ) احتمال الحصول على ثلاث كريات تحمل أرقاما غير أولية $p(C)=\frac{C_4^3}{84}=\frac{1}{21}$
2) أ) قيم المتغير العشوائي X هي قيم المجموعة $\{0,1,2,3\}$.
قانون الاحتمال $\left(P(X=0)=\frac{4}{84}, P(X=1)=\frac{30}{84}, P(X=2)=\frac{40}{84}, P(X=3)=\frac{10}{84}\right)$
ب) $P\left(X^2-X\le 0\right)=P(X=0)+P(X=1)=\frac{4}{84}+\frac{30}{84}=\frac{34}{84}$..............</td></tr>
<tr><td colspan="3">التمرين الثالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>03</td><td>0.5
2×0.5
0.5
0.5
0.5</td><td>I) أ).التحقق ان $\left(2-2\sqrt{3}\right)^2=16-8\sqrt{3}$..................................
ب). $L_1=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$ و. $L_2=\left(2\sqrt{3}-2\right)-i\left(2+2\sqrt{3}\right)$..............
II)
1) أ). $z_A=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$، ....
$z_A=4\sqrt{2}e^{i\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{4}\right)}=\left(2-2\sqrt{3}\right)+i\left(2+2\sqrt{3}\right)$
ب).استنتاج القيمتين المضبوطتين: $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$</td></tr>
</table>

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) S تشابه مباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C .		
أ) العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'=\frac{1}{2}iz$	0.5	
ب) العناصرالمميزة للتشابه S : نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ و مركزه $O(0;0)$	0.5	02
3) لتكن G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-2),(C;4)\}$.		
أ) $z_G=1+i\sqrt{3}$ ومنه $z_G=2e^{i\frac{\pi}{3}}$	0.5	
ب) $\left\Vert\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\Vert=2\sqrt{2}$ تكافئ $MG=\sqrt{2}$		
(E) دائرة مركزها G وطول نصف قطرها $R=\sqrt{2}$ ، محيط (E') هو $\pi\sqrt{2}$ وحدة الطول.	0.5	
التمرين الرابع:(07 نقاط)		
I). الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$		
$\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} g(x)=e$ ، من أجل كل على المجال $]0;+\infty[$. فان $g(x)>0$	0.5+0.75	
II). نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{e\ln x}{x+1}$		06
1). أ). $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} f(x)=-\infty$ ، تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	2×0.5	
ب). من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.	0.75	
جـ). الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$، تشكيل جدول تغيرات الدالة f .	2×0.5	
2). معادلة للمماس (T): $(T): y=\frac{1}{2}(e+1)x-\frac{1}{2}(e+1)+\ln 2$	0.25	
3). أ) الدالة f على $]0;+\infty[$ مستمرة و متزايدة تماما و غيرت من اشارتها اذن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A ذات الفاصلة α	0.25	
ب) التحقق ان $0.7<\alpha<0.8$	0.25	
4). أ) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x+1)]=0$ و التفسير الهندسي	2×0.25	
ب) دراسة الوضع النسبي للمنحنيين (Γ) و (C_f)	0.25	
جـ) رسم (T) و (Γ) و (C_f)	2×0.25	

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
5). للمعادلة $f(x)=\frac{1+e}{2}x-m$ حلين من أجل $m\in\left]\frac{1}{2}(1+e)-\ln 2;+\infty\right[$	0.25	
6). نقبل انه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x<x+1$		
أ) نبين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln 2<f(x)<e+\ln(x+1)$.	0.25	1
ب) التحقق أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ أن الدالة : $x\mapsto(x+1)\ln(x+1)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x+1)$.	0.25	
جـ) باستخدام السؤال6) أ) نبين أن : $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$ لدينا: $\int_{e-1}^{e^2-1}\ln 2dx<S<\int_{e-1}^{e^2-1}e+\ln(x+1)dx$ ومنه $(e^2-e)\ln 2<S<e^3$	0.25	